

Druck und Strömung

1	Einleitung	2
2	Physikalische Grundlagen des Drucks	3
2.1	Definition des Drucks	3
2.2	Einheiten des Drucks	3
2.3	Druckarten	3
2.4	Hydrostatischer Druck	4
2.5	Druck in Strömungen	5
2.5.1	Bernoulli-Gleichung	5
2.5.2	Druckverlust	6
2.5.3	Druckverlust berechnen	7
2.6	Temperatur und Viskosität	8
3	Strömungslehre	8
3.1	Was ist eine Strömung?	8
3.2	Die ideale Flüssigkeit	9
3.3	Strömungsgeschwindigkeit	9
3.4	Kontinuitätsgleichung	10
4	Analogien	11
5	Einflussfaktoren	12
5.1	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Rohr	12
5.2	Reynoldszahl	13
5.3	Scherzahl (laminare Rohrströmung)	13
6	Von der Antike bis heute	14

1 Einleitung

Druck und Strömung prägen viele Erscheinungen in der Natur. Sie bestimmen grosse Prozesse wie Wind, Niederschlag oder Meeresströmungen. Doch dieselben physikalischen Gesetze wirken auch in den kleinsten Systemen des Lebens.

Lebewesen nutzen Druckunterschiede, um Stabilität, Form und Bewegung zu erzeugen. Viele biologische Vorgänge lassen sich deshalb auch mit den Gesetzen der Physik erklären.

Ein Beispiel sind Pflanzen. Sie bleiben aufrecht, weil in ihren Zellen Wasserdruck herrscht. Dieser Druck wird Turgor genannt. Sinkt der Wasserdruck, verlieren Stängel und Blätter ihre Stabilität und beginnen zu welken. Manche Pflanzen nutzen Veränderungen dieses Drucks sogar zur Bewegung. Die Mimose klappt ihre Blättchen bei Berührung zusammen, und die Venusfliegenfalle schnappt durch schnelle Druckänderungen zu.

Auch bei Tieren spielt Flüssigkeitsdruck eine wichtige Rolle. Regenwürmer stützen ihren Körper durch den Druck der Flüssigkeit in ihrem Inneren. Durch das Zusammenspiel von Muskeln und Flüssigkeitsdruck können sie sich vorwärts bewegen.

Spinnen strecken ihre Beine, indem sie den Druck ihrer Körperflüssigkeit erhöhen. Nach dem Tod fällt dieser Druck weg. Darum knicken die Beine einer Spinne ein.

Seesterne bewegen sich mit wassergefüllten Röhrenfüsschen. Diese können durch Druck gestreckt oder wieder eingezogen werden und ermöglichen so die Bewegung über den Meeresboden.

Auch im *Menschen* wirkt Druck als treibende Kraft. Unser Blutkreislauf funktioniert nur, weil das Herz einen Druck erzeugt. Dieser Druck treibt das Blut durch Arterien und Venen und versorgt den Körper mit Sauerstoff und Nährstoffen.

Wo Leben ist, gibt es also Druck und Strömung. Diese Kräfte begegnen uns nicht nur in der Natur, sondern auch in der Sprache. Wir sprechen davon, unter Druck zu stehen, oder von Gedanken, die in Strömen fließen. Solche Bilder zeigen, wie stark diese physikalischen Begriffe unser Denken prägen. Physikalisch gilt ein einfaches Prinzip: Strömung entsteht immer dann, wenn ein Druckunterschied vorhanden ist.

Das gilt im menschlichen Körper ebenso wie in der Natur. Blut fließt durch unsere Gefässe, weil das Herz Druck erzeugt. Wasser in Flüssen und Bächen fließt von höher gelegenen Orten zu tieferen. Überall treibt ein Druckunterschied eine Flüssigkeit in Bewegung.

Druck und Strömung gehören zusammen:

- Unterschiede im Druck können eine Strömung auslösen.
- Gleichzeitig kann eine Strömung den Druck verändern.
- Druck kann ohne Strömung existieren.
- Strömung entsteht durch Druckunterschiede.
- Wo der Druck hoch ist, wird gedrückt.
- Wo der Druck niedriger ist, kann etwas hinfließen.
- Das Fluid bewegt sich vom hohen zum niedrigen Druck.
- Druck und Strömung beeinflussen sich gegenseitig.
- Wenn ein Fluid schnell strömt, kann der Druck kleiner werden.

2 Physikalische Grundlagen des Drucks

2.1 Definition des Drucks

In der Technik wird Druck so beschrieben:

$$p = \frac{F}{A}$$

Dabei bedeutet:

- p der Druck,
- F die wirkende Kraft,
- A die Fläche, auf die die Kraft wirkt.

Das Spannende: Bei gleicher Kraft führt eine kleinere Fläche zu grösserem Druck. Darum sinkt man mit Schneeschuhen weniger tief in den Schnee ein als mit normalen Schuhen. Und darum sind Messer scharf – die Kraft der Hand wirkt auf eine sehr kleine Fläche.

2.2 Einheiten des Drucks

Die SI-Einheit für Druck ist das Pascal (Pa):

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Benannt ist das Pascal nach *Blaise Pascal* (1623–1662), der als einer der ersten den Luftdruck systematisch untersuchte. Zu seinen Experimenten gehörten Höhenmessungen mit Barometern, mit denen er zeigte, dass Luft Gewicht hat und Druck ausübt. Die Benennung würdigt seinen Beitrag zur Grundlagenphysik des Drucks.

Wieso eine eigene Einheit für den Druck?

Kraft wird in Newton (N) gemessen und Fläche in Quadratmetern (m^2). Der Druck ist die Kraft, die auf eine Fläche wirkt. Man könnte den Druck deshalb auch so schreiben:

$$\text{N/m}^2$$

Das ist richtig, aber etwas umständlich. Darum verwendet man für den Druck eine eigene Einheit: das Pascal (Pa). So sieht man sofort, dass es um Druck geht, ohne immer an Newton pro Quadratmeter denken zu müssen. Das macht Rechnungen einfacher. Ähnlich ist es bei anderen physikalischen Grössen: Für Energie benutzt man das Joule (J) und für Leistung das Watt (W).

Im Alltag sprechen wir meist vom Druck in *bar*. Das Wort *bar* stammt aus dem Griechischen vom Begriff *baros* und bedeutet *Gewicht* oder *Schwere*. Das zeigt, dass Druck etwas mit Gewicht zu tun hat: Eine Kraft wirkt auf eine Fläche.

Ein bar entspricht genau

$$1 \text{ bar} = 100\,000 \text{ Pa.}$$

2.3 Druckarten

Druck wird immer im Vergleich zu einem bestimmten Referenzdruck gemessen. Gegen was wird der Druck verglichen?

Beim Absolutdruck ist die Referenz das absolute Vakuum. Das ist ein theoretischer Zustand ohne jegliche Teilchen und ohne Druck. Der Absolutdruck beginnt somit bei Null.

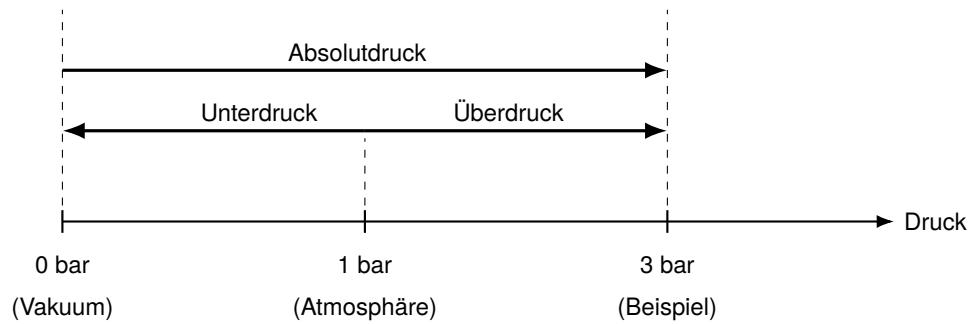


Abbildung 1. Absolutdruck (Bezug auf Vakuum) sowie Überdruck und Unterdruck (Bezug auf den Umgebungsdruck, meist Atmosphärendruck).

Druckart	Erklärung	Beispiele
Absolutdruck	Der <i>Absolutdruck</i> ist der Druck im Vergleich zum leeren Raum, dem Vakuum. Er kann nicht kleiner als null sein. Der normale Luftdruck ist ein Absolutdruck.	Luftdruck am Meeresspiegel: ca. 1 bar
Überdruck	Der <i>Überdruck</i> ist der Druck über dem Luftdruck der Umgebung. In der Technik wird meist mit Überdruck gearbeitet.	Autoreifen: ca. 2 bar Überdruck (= ca. 3 bar absolut)
Unterdruck	Der <i>Unterdruck</i> ist ein Druck unter dem normalen Luftdruck. Er wird gezielt eingesetzt, um Stoffe anzusaugen.	Staubsauger, Vakuumverpackung

Tabelle 1. Übersicht über die wichtigsten Druckarten

Druck in Flüssigkeiten kann auf zwei verschiedene Arten auftreten: als Druck in ruhenden Flüssigkeiten und als Druck in fließenden Flüssigkeiten. Man nennt diese beiden Fälle hydrostatischen Druck und Druck in Strömungen.

2.4 Hydrostatischer Druck

Der *hydrostatische Druck* tritt in einer Flüssigkeit auf, die ruht. Er entsteht durch das Gewicht der Flüssigkeit und nimmt mit der Tiefe zu.

Ist ein Tank mit Wasser bis zu einer Höhe von 10 m gefüllt, so beträgt der hydrostatische Druck am Boden des Tanks (in einer Tiefe von $x = 10$ m) etwa 1 bar Überdruck.

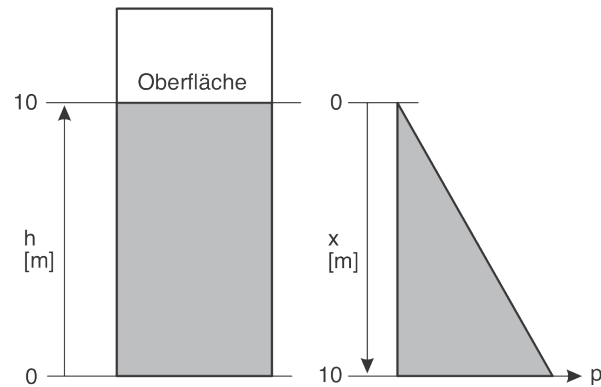


Abbildung 2. (I) Hydrostatischer Druck

Der hydrostatische Druck an einem bestimmten Punkt hängt von der Höhe der Flüssigkeitssäule über diesem Punkt ab:

$$p(x) = \rho g (h - x) \quad (1)$$

Wasser hat eine Dichte von ungefähr

$$\rho \approx 1 \text{ kg/l} = 1000 \text{ kg/m}^3.$$

Die Erdbeschleunigung beträgt näherungsweise

$$g \approx 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Setzt man diese Werte in die Formel für den hydrostatischen Druck ein, ergibt sich:

$$p(x) = \rho g (h - x) = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot (h - x).$$

Damit folgt:

$$p(x) \approx 9.81 \cdot 10^3 \text{ Pa/m} (h - x) = 9.81 \text{ kPa/m} (h - x).$$

Der hydrostatische Druck in Wasser nimmt also um etwa 9.8 kPa pro Meter Tiefe zu.

Taucht man in einem See, befindet sich über einem ebenfalls eine Wassersäule. Je tiefer man taucht, desto höher ist diese Wassersäule und desto grösser ist der Druck, der auf den Körper wirkt. Der Druck hängt also direkt von der Höhe des Wassers über dem Messpunkt ab.

2.5 Druck in Strömungen

Wenn sich eine Flüssigkeit bewegt, spricht man von einer Strömung. Neben dem Druck durch das Gewicht der Flüssigkeit spielt dann auch die Geschwindigkeit der Strömung eine Rolle.

In einer schnellen Strömung ist der Druck kleiner als in einer langsamen Strömung. Der Druck in einer Strömung wird meist mit einem Drucksensor oder mit speziellen Messgeräten wie dem Pitotrohr gemessen.

2.5.1 Bernoulli-Gleichung

Doch eine Strömung wird nicht nur von ihrem Querschnitt bestimmt, sondern auch von den Kräften und Energien, die im Fluid wirken. Insbesondere interessiert uns, wie sich Druck und Geschwindig-

keit gegenseitig beeinflussen. Wenn sich beispielsweise ein Rohr verengt und die Geschwindigkeit zunimmt, so beobachten wir zugleich eine Veränderung des Drucks.

Hier setzt das Gesetz von Bernoulli an. Es verknüpft Geschwindigkeit, Druck und Höhenlage eines strömenden Fluids miteinander. Während die Kontinuitätsgleichung die Erhaltung der Masse beschreibt, handelt es sich beim Bernoulli-Gesetz um eine Aussage über die Erhaltung der Energie in einer Strömung.

Wenn ein Fluid (Wasser oder Luft) strömt, besitzt es verschiedene Energieformen. Druckenergie: beschreibt, wie stark das Fluid auf seine Umgebung drückt. Bewegungsenergie: hängt davon ab, wie schnell das Fluid fließt. textbfLageenergie: hängt von der Höhe ab, in der sich das Fluid befindet. Bei einer idealen Flüssigkeit ohne Reibung bleibt die Summe dieser Energien entlang einer Stromlinie konstant. Dies wird durch die Bernoulli Gleichung beschrieben:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{konstant.} \quad (2)$$

Dabei bedeutet: p : Druck, ρ : Dichte der Flüssigkeit, v : Strömungsgeschwindigkeit, h : Höhe über einem Bezugspunkt, g : Erdbeschleunigung.

Die Bernoulli Gleichung zeigt den Zusammenhang zwischen Druck und Strömungsgeschwindigkeit. Dort, wo das Fluid schneller fließt, ist der Druck kleiner. Dort, wo das Fluid langsamer fließt, ist der Druck grösser.

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die Änderung der Strömungsgeschwindigkeit aufgrund geometrischer Strömungsbedingungen, während die Bernoulli Gleichung den Zusammenhang zwischen Druck und Strömungsgeschwindigkeit darstellt. Wird zum Beispiel das Rohr enger ($A \downarrow$), so steigt die Strömungsgeschwindigkeit ($v \uparrow$). Nach der Bernoulli Gleichung folgt daraus ein geringerer Druck ($p \downarrow$).

Anschaulich bedeutet dies: Wo das Fluid schneller fließt, bleibt weniger Druckenergie übrig.

2.5.2 Druckverlust

Wenn eine Flüssigkeit durch ein Rohr, einen Filter oder eine Anlage strömt, nimmt der Druck entlang der Strömungsrichtung ab. Diese Abnahme nennt man *Druckverlust*. Er entsteht, weil Energie durch *Reibung* verloren geht.

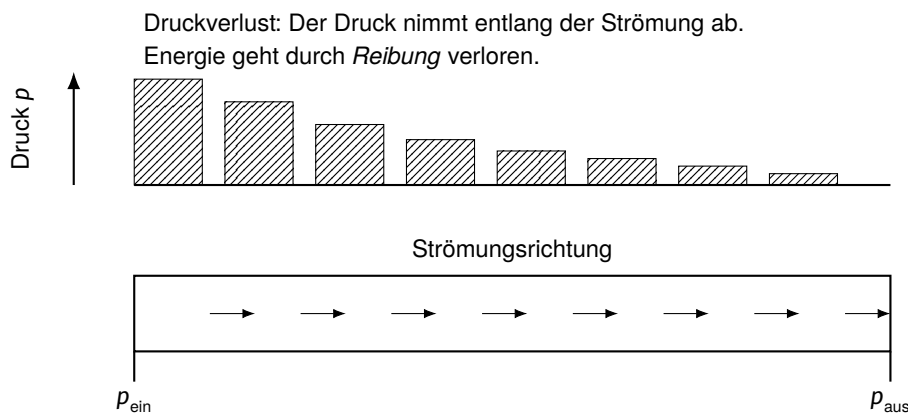


Abbildung 3. Schematische Darstellung des Druckverlusts Δp bei einer Strömung durch ein Rohr.

Wie kommt der Druckverlust zustande? Es gibt zwei typische Ursachen:

- Reibung an den Wänden: Die Flüssigkeit „klebt“ teilweise an der Rohrwand. Dadurch wird die Strömung gebremst.
- Einbauten und Engstellen: Ventile, Bögen, T-Stücke, Filter, Membranen oder Querschnittsänderungen erzeugen zusätzliche Wirbel und Verluste.

Der Druckverlust wird als Differenz zwischen zwei Messstellen beschrieben:

$$\Delta p = p_1 - p_2 \tag{3}$$

Der Druckverlust ist ein *Energieindikator*: Je grösser Δp , desto mehr Energie muss die Pumpe liefern. In der Praxis ist Δp auch ein *Frühwarnsignal*:

- Fouling/Verschmutzung: Ablagerungen erhöhen die Reibung.
- Verblockung: Engstellen oder Filter setzen sich zu.
- Gas in der Leitung: Blasen können den Strömungswiderstand verändern und Messwerte verfälschen.

Wenn eine Flüssigkeit durch ein Rohr oder eine Anlage strömt, geht dabei immer ein Teil des Drucks verloren. Wie gross dieser Druckverlust ist, hängt von mehreren Faktoren ab. Der Druckverlust hängt sowohl von der Anlage als auch von der Flüssigkeit ab. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick:

Einflussgrösse	Symbol	SI-Einheit	Bedeutung / Beispiele
Geometrie	L, D, ϵ	m, m, m	Rohrlänge, Rohrdurchmesser, Rauheit der Rohrwand, Anzahl Bögen, Ventile, Modullänge
Strömungsgeschwindigkeit	v	m s^{-1}	Je schneller die Flüssigkeit fliesst, desto grösser wird der Druckverlust
Stoffeigenschaften	η, ρ	$\text{Pa s}, \text{kg m}^{-3}$	Viskosität und Dichte der Flüssigkeit
Temperatur	T	K	Beeinflusst die Viskosität. Bei höherer Temperatur wird der Druckverlust meist kleiner

Tabelle 2. Einflussgrössen auf den Druckverlust

Zusammenhang zwischen Reynoldszahl und Druckverlust:

Strömungsart	Zusammenhang
Laminar	Druckverlust proportional zur Reynoldszahl
Turbulent	Druckverlust proportional zum Quadrat der Reynoldszahl

Tabelle 3. Zusammenhang zwischen Reynoldszahl und Druckverlust

2.5.3 Druckverlust berechnen

Für eine einfache Rohrströmung verwendet man (vereinfacht) die Darcy–Weisbach-Gleichung:

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho u^2}{2} \tag{4}$$

Dabei ist L die Rohrlänge, D der Rohrdurchmesser und λ ein Reibungsbeiwert (abhängig von Strömungsart und Rauheit).

Zusätzliche Verluste durch Einbauten (Bögen, Ventile, Filter) kann man oft mit Verlustbeiwerten ζ abschätzen:

$$\Delta p_{\text{Einbauten}} = \zeta \frac{\rho u^2}{2}.$$

Mehr Geschwindigkeit, längere Wege, engere Querschnitte und höhere Viskosität führen meist zu einem grösseren Druckverlust.

Merke: Grössere u , längeres L , kleineres D führen meist zu grösserem Druckverlust.

Zusätzliche Verluste (Einbauten):

$$\Delta p_{\text{Einbauten}} = \zeta \frac{\rho u^2}{2}$$

Rohrreibung (Darcy–Weisbach):

$$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho u^2}{2}$$

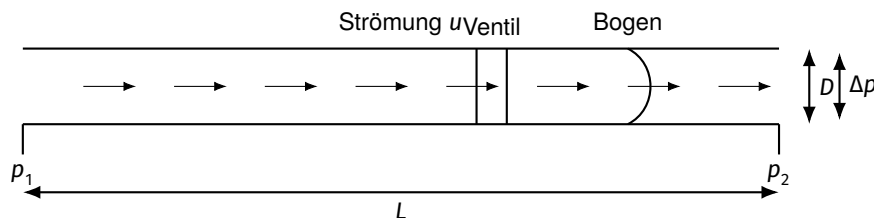


Abbildung 4. Schematische Rohrströmung mit Druckverlust durch Rohrreibung (λ) und zusätzliche Verluste durch Einbauten (ζ).

2.6 Temperatur und Viskosität

Mit steigender Temperatur sinkt die Viskosität von Wasser deutlich:

Temperatur [°C]	Dynamische Viskosität [mPa·s]
10	1.308
25	0.890
50	0.547
80	0.355

Tabelle 4. Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität von Wasser.

3 Strömungslehre

3.1 Was ist eine Strömung?

Strömung ist die Bewegung von Fluiden, also von Flüssigkeiten und Gasen. Strömung entsteht immer dann, wenn Kräfte wirken, die ein Fluid aus einem Zustand des Gleichgewichts heraus bewegen. Das sind nicht nur Unterschiede von Druck, sondern auch Unterschiede in der Temperatur, Dichte, Schwerkraft oder Bewegung.

Strömungen sind ein zentrales Element vieler technischer Prozesse und natürlicher Phänomene. Strömungen sind komplex, vielseitig und oft überraschend. Sie bilden Wirbel, zeigen Turbulenzen oder verlaufen laminar und ruhig. Die Theorie der Strömung hilft, diese Erscheinungen systematisch zu beschreiben. An ihrer Entwicklung haben Menschen über viele Jahrhunderte geforscht, beobachtet, berechnet und diskutiert. Von frühen Beobachtungen antiker Gelehrter bis zu den präzisen Gleichungen der modernen Strömungsmechanik spannt sich ein weiter Bogen wissenschaftlicher Arbeit.

Wir sind mit Strömungen aus vielen Situationen vertraut: in Bächen und Flüssen, in Wellen, die ans Ufer gleiten, oder in Wirbeln, die beim Abwasch im Spülbecken entstehen. Solche Strömungen sind komplex da sie sich ständig verändern.

Strömung existiert nur, weil Energie vorhanden ist, die das Fluid antreibt. Wird keine Energie zugeführt oder ist alles im Gleichgewicht, kommt die Strömung zum Stillstand. In technischen Anlagen sorgt man daher dafür, dass Pumpen oder Gebläse Energie in das System einbringen, um den Transport von Stoffen und Wärme zu ermöglichen. In natürlichen Systemen übernehmen Temperaturunterschiede, Höhenunterschiede oder chemische Reaktionen diese Rolle. Kurz gesagt: Ohne Energie keine Strömung – und Strömung ist eine Form von Energietransport.

Die Beschreibung realer Strömungen ist mathematisch anspruchsvoll. Um ein grundlegendes Verständnis aufzubauen, beginnen wir daher mit einer vereinfachten Situation und betrachten ein ideales Fluid.

3.2 Die ideale Flüssigkeit

Die ideale Flüssigkeit ist eine theoretische Flüssigkeit, die in der Natur nicht vorkommt. Sie besitzt keine innere Reibung und hat somit keine Viskosität. Es treten daher keine Reibungsverluste innerhalb des Fluids oder an den Begrenzungsflächen auf. Weiter ist sie inkompressibel, ihre Dichte ρ ist also überall und zu jeder Zeit konstant. All diese Vereinfachungen ermöglichen es, die Strömung einer idealen Flüssigkeit ausschliesslich durch Druckunterschiede und Geschwindigkeitsverteilungen zu beschreiben.

Abbildung 5. (I) Die Strömungsgeschwindigkeit einer realen Flüssigkeit in einem Rohr. In der Mitte ist die Geschwindigkeit am grössten, am Rand (Rohrwand) geht sie gegen 0. (II) Die ideale Flüssigkeit hingegen hat überall dieselbe Geschwindigkeit, solange der Rohrdurchmesser gleich bleibt.

In einer idealen Flüssigkeit ist die Strömung überall gleich schnell. Über den gesamten Rohrquerschnitt gibt es dieselbe Geschwindigkeit, es bildet sich kein Geschwindigkeitsprofil aus.

In einer realen Flüssigkeit wirkt Viskosität. Dadurch haftet das Fluid an der Wand: Direkt an der Rohrwand ist die Geschwindigkeit null und nimmt zur Rohrmitte hin zu. So entsteht das bekannte Geschwindigkeitsprofil.

Bei einer idealen Flüssigkeit wird die Viskosität gleich null gesetzt. Ohne Viskosität gibt es keine Haftung an der Wand, und die Strömungsgeschwindigkeit bleibt überall gleich.

3.3 Strömungsgeschwindigkeit

Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v ist eine reelle, in der Praxis verwendete Grösse. Man kann mit ihr rechnen, unabhängig davon, ob das Fluid ideal oder real ist. Idealität beeinflusst nur, wie gleichmässig die Geschwindigkeit im Rohr verteilt ist, nicht aber die Definition der mittleren Geschwindigkeit. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einem Rohr ergibt sich aus dem Volumenstrom Q und der

Querschnittsfläche A des Rohres. Sie ist definiert als

$$\bar{v} = \frac{Q}{A} \quad (5)$$

Der Volumenstrom Q besitzt die Einheit m^3/s , da er angibt, wie viel Volumen pro Zeit durch den Querschnitt fließt. Die Querschnittsfläche A eines Rohres wird in m^2 angegeben. Setzen wir dies in die Beziehung ein, so ergibt sich für die Einheit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}^2} = \text{m}/\text{s}$$

Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit wird somit in Metern pro Sekunde angegeben.

Wir halten fest, dass die mittlere Strömungsgeschwindigkeit v in direktem Zusammenhang mit dem durchströmten Querschnitt A und dem Volumenstrom V steht.

Diese Beziehung zeigt, dass bei einer grösseren Querschnittsfläche bei gleichem Volumenstrom die mittlere Geschwindigkeit kleiner wird und umgekehrt. Sie bildet eine grundlegende Grundlage für die Analyse vieler Strömungsvorgänge.

Dies fasst den Kern der Kontinuitätsgleichung zusammen. Ein inkompressibles Fluid besitzt überall dieselbe Dichte. Daher bleibt der Volumenstrom in einer Rohrleitung unabhängig davon erhalten, wie sich der Querschnitt verändert. Wird das Rohr enger, so nimmt die Strömungsgeschwindigkeit zu, wird es weiter, so nimmt sie entsprechend ab.

Mathematisch lässt sich dies schreiben als

$$Q = v \cdot A = \text{konstant.}$$

3.4 Kontinuitätsgleichung

Bei idealen, inkompressiblen Strömungen ergibt sich die Kontinuitätsgleichung direkt aus dem Prinzip der Massenerhaltung. Der Volumenstrom bleibt an jeder Stelle eines Rohres gleich, unabhängig davon, ob sich der Querschnitt verengt oder erweitert.

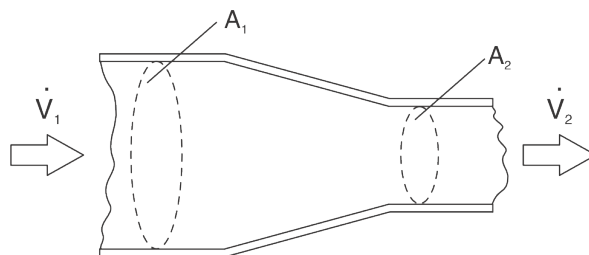


Abbildung 6. Kontinuitätsgleichung: Bei inkompressiblen Flüssigkeiten bleibt der *Volumenstrom* unabhängig vom Querschnitt gleich.

Damit gilt, dass das Produkt aus Querschnittsfläche A und Strömungsgeschwindigkeit v überall denselben Wert besitzt:

$$A v = \text{konstant.}$$

Da die Dichte ρ des Fluids unverändert bleibt, ist neben dem Volumenstrom auch der Massenstrom konstant:

$$\rho A v = \text{konstant.}$$

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt somit die geometrische und physikalische Abhängigkeit zwischen Querschnitt und Geschwindigkeit einer Strömung.

Eigenschaft	Reale Flüssigkeit	Ideale Flüssigkeit
Reibung	vorhanden	keine
Grund für unterschiedliche Geschwindigkeiten	Reibung, Wände, Verwirbelungen usw.	nur durch Form des Strömungsraums und Druckunterschiede

Tabelle 5. Vergleich zwischen realer und idealer Flüssigkeit

Ändert sich der Querschnitt des Rohres, so passt sich die Geschwindigkeit des Fluides entsprechend an: Wird der Querschnitt kleiner, muss das Fluid schneller fließen, um dieselbe Masse pro Zeit zu transportieren, und umgekehrt.

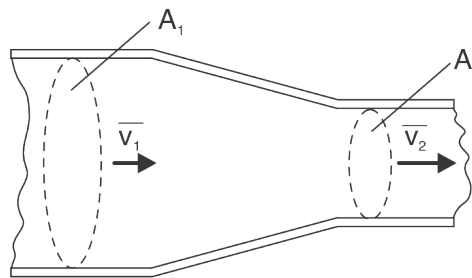


Abbildung 7. Kontinuitätsgleichung: Bei inkompressiblen Flüssigkeiten bleibt der *Volumenstrom* unabhängig vom Querschnitt gleich.

Die Kontinuitätsgleichung erlaubt es, Strömungsvorgänge unabhängig von ihrer geometrischen Form zu verstehen und vorauszusagen.

4 Analogien

Komplexe technische Vorgänge lassen sich oft leichter verstehen, wenn man sie mit bekannten Systemen vergleicht. Solche Vergleiche nennt man Analogien.

In der Strömungslehre helfen Analogien dabei, Zusammenhänge zwischen Druck, Strömung und Widerstand anschaulich zu erklären. Die folgenden Beispiele zeigen, wie Strömungsvorgänge aus der Membrantechnik mit dem Blutkreislauf oder mit elektrischen Stromkreisen verglichen werden können.

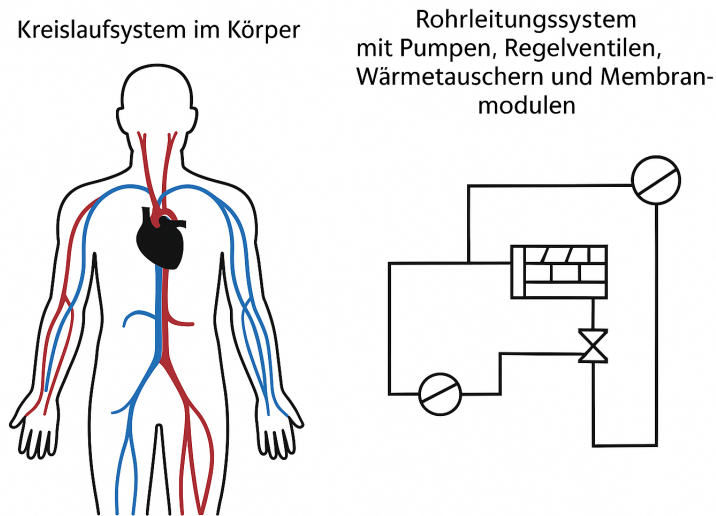


Abbildung 8. Analogie zwischen einer Membrananlage und dem kardiovaskulären System (Pumpe/Herz, Leitungen/Gefäße, Ventile/Klappen).

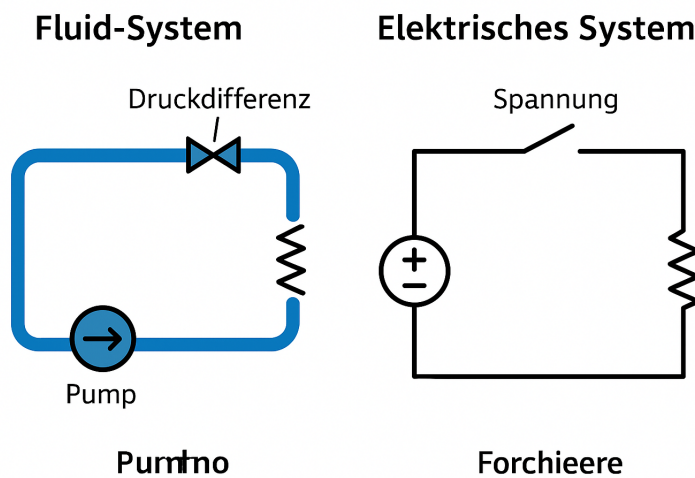


Abbildung 9. Analogie zwischen Fluiddynamik und Elektrotechnik (Druck/Spannung, Volumenstrom/Stromstärke, Widerstand).

5 Einflussfaktoren

5.1 Mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Rohr

$$\bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

5.2 Reynoldszahl

$$\text{Re} = \frac{\bar{v}D}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D\nu} = \frac{4Q\rho}{\pi D\eta}$$

Laminar: $\text{Re} < 2300$, Übergang: $2300 < \text{Re} < 4000$, turbulent: $\text{Re} > 4000$.

5.3 Scherzahl (laminare Rohrströmung)

Die Scherzahl beschreibt, wie stark die Flüssigkeitsschichten aneinander vorbeigleiten. Sie ist ein Mass dafür, wie intensiv das Fluid nahe an der Wand oder an der Membran bewegt wird. In der Membranfiltration ist diese Bewegung besonders wichtig (Konzentrationspolarisation, Fouling). Eine höhere Scherzahl bedeutet eine stärkere Durchmischung nahe der Membran. Dadurch werden abgelagerte Stoffe besser abtransportiert. Aus diesem Grund wählt man die Scherzahl in der Praxis gezielt hoch genug.

Die Scherzahl existiert sowohl bei laminaren als auch bei turbulenten Strömungen. Eine einfache Berechnung ist jedoch nur für laminare Rohrströmungen möglich. Darum wird die Scherzahl in der Praxis vor allem für laminare Strömungen verwendet.

Bei einer laminaren Rohrströmung kann die Scherzahl einfach berechnet werden.

$$\gamma = \frac{8\bar{v}}{D} \quad (6)$$

Dabei ist γ die Scherzahl in s^{-1} , \bar{v} die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in m/s und D der Rohrdurchmesser in m .

Je schneller die Strömung und je kleiner der Rohrdurchmesser, desto grösser ist die Scherzahl.

6 Von der Antike bis heute

Aristoteles (384–322 v. Chr.) beobachtete Bewegungen von Luft und Wasser in der Natur und versuchte, sie philosophisch zu erklären. Er sah Strömungen als natürliche Bewegungen an, die durch die Eigenschaften der Elemente verursacht werden. Auch wenn seine Erklärungen aus heutiger Sicht ungenau sind, legte er den Grundstein für ein systematisches Nachdenken über Fluidbewegungen. Aristoteles beschreibt Luft- und Wasserbewegungen vor allem in seinem Werk *Meteorologica*.

Archimedes (ca. 287–212 v. Chr.) erkannte das Prinzip des Auftriebs in Flüssigkeiten, das bis heute als archimedisches Prinzip bekannt ist. Damit zeigte er, dass Fluide Kräfte ausüben und sich im Gleichgewicht verhalten können. Archimedes formulierte das Auftriebsprinzip in seinem Werk »Über schwimmende Körper«. Darin zeigt er, dass ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper eine Auftriebskraft erfährt, die dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit entspricht. Dieses Prinzip bildet bis heute die Grundlage für das Verständnis von Gleichgewicht und Kräften in Flüssigkeiten.

Hero von Alexandria (ca. 10–70 n. Chr.) entwickelte Geräte, in denen Luft und Dampf strömten, etwa die Äolipile, eine frühe dampfbetriebene Drehvorrichtung. Er zeigte, dass Strömung in technischen Apparaturen genutzt werden kann. Hero von Alexandria beschrieb diese Vorrichtungen in seinem Werk »Pneumatica«. Darin dokumentierte er zahlreiche Apparaturen, in denen Luft- und Dampfdruck Bewegungen erzeugen. Dieses Werk zeigt eindrucksvoll, dass Strömungen bereits in der Antike bewusst für technische Zwecke genutzt wurden.

Alhazen (Ibn al-Haytham, 965–1040 n. Chr.) untersuchte die Bewegung von Wasser in offenen Gerinnen und analysierte Strömungsgeschwindigkeiten nach geometrischen Prinzipien. Er war einer der ersten, der systematische Experimente zur Strömung durchführte. Seine Arbeiten führten zu einem wissenschaftlich-mathematischen Ansatz, der über das Beobachten hinausging. Alhazen beschrieb seine Erkenntnisse zur Bewegung von Wasser in der »Abhandlung über die Bewegung des Wassers« (arabisch: *Maqāla fī sayr al-miyāh*). Teile dieser Schrift sind nur indirekt über spätere Zitate erhalten, doch sie belegen seinen experimentellen Ansatz zur Bestimmung von Strömungsgeschwindigkeiten. Damit gehört er zu den frühesten Gelehrten, die Strömungen nicht nur beobachteten, sondern gezielt messend untersuchten.

Daniel Bernoulli (1700–1782) entwickelte die Bernoulli-Gleichung, die den Zusammenhang zwischen Druck, Geschwindigkeit und Höhe in einer Strömung beschreibt. Er zeigte, dass sich Energieformen in einem strömenden Fluid ineinander umwandeln können. Damit legte er einen Grundstein für die moderne Strömungsmechanik und viele technische Anwendungen. Daniel Bernoulli veröffentlichte diese Erkenntnisse in seinem Werk »Hydrodynamica« (1738). Darin formulierte er den Zusammenhang zwischen Druck, Geschwindigkeit und Höhe eines strömenden Fluids als Energieerhaltungsgleichung. Dieses Werk gilt als Meilenstein der Fluidmechanik und bildet die Grundlage vieler moderner strömungstechnischer Berechnungen.

Leonhard Euler (1707–1783) formulierte die Eulerschen Bewegungsgleichungen für strömende Fluide. Diese Gleichungen beschreiben die Kräfte und Geschwindigkeiten in idealisierten Strömungen ohne Reibung. Sie bilden bis heute einen zentralen Ausgangspunkt der theoretischen Strömungsmechanik. Leonhard Euler veröffentlichte seine Bewegungsgleichungen für Fluide 1757 in der Abhandlung »Principes généraux du mouvement des fluides«, erschienen in den *Memoirs der Preussischen Akademie der Wissenschaften*. In dieser Schrift leitete er die heute nach ihm benannten Eulerschen Gleichungen aus grundlegenden Kräften und Bewegungsprinzipien her. Sie bilden bis heute den mathematischen Kern der Strömungstheorie für ideale Fluide.

Daniel Bernoulli und Leonhard Euler kannten sich persönlich und arbeiteten zeitweise an der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg. Bernoulli entwickelte in seiner »Hydrodynamica« die Idee, Strömungen über Energieerhaltung zu verstehen, während Euler diese Ansätze später mathema-

tisch präzisierte und in seine Bewegungsgleichungen überführte. Ihre Arbeiten ergänzen sich daher: Bernoulli lieferte die physikalische Grundlage, Euler das mathematische Gerüst. Auch wenn es zwischen beiden zu wissenschaftlichen Spannungen kam, bilden ihre Beiträge gemeinsam den Kern der modernen Strömungsmechanik.

Jean le Rond d'Alembert (1717–1783) formulierte das nach ihm benannte Paradoxon, dass ein ideales, reibungsfreies Fluid keinen Widerstand auf einen Körper ausüben sollte. Dieses Paradoxon zeigte die Grenzen früher Strömungstheorien und wies auf die Bedeutung von Reibung hin. Sein Werk führte später zur Entwicklung realitätsnäherer Modelle. Jean le Rond d'Alembert formulierte dieses Paradoxon in seiner Abhandlung »Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides« (1752). Darin zeigte er, dass ein ideales, reibungsfreies Fluid theoretisch keinen Widerstand auf einen umströmten Körper ausüben sollte. Dieses Ergebnis machte deutlich, dass Reibung und Grenzschichteffekte für das Verständnis realer Strömungen unverzichtbar sind.

Osborne Reynolds (1842–1912) führte die Unterscheidung zwischen laminarer und turbulenter Strömung ein. Mit dem Konzept der Reynolds-Zahl schuf er ein dimensionsloses Maß zur Vorhersage des Strömungsverhaltens. Damit machte er Strömungsverläufe systematisch vergleichbar und gut klassifizierbar. Osborne Reynolds veröffentlichte diese Erkenntnisse 1883 in seiner Arbeit »An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous«. In dieser Abhandlung stellte er seine berühmten Versuche mit gefärbtem Wasserstrahl vor und leitete daraus die Reynolds-Zahl ab. Damit schuf er ein grundlegendes Kriterium zur Unterscheidung zwischen laminarer und turbulenter Strömung.

Ludwig Prandtl (1875–1953) gilt als Begründer der modernen Aerodynamik. Er entwickelte das Konzept der Grenzschicht, das erklärt, wie Reibung an Wänden das Strömungsbild beeinflusst. Seine Arbeiten verbinden Theorie und Praxis und prägen den Maschinenbau bis heute. Ludwig Prandtl stellte das Grenzschichtkonzept 1904 in seiner Abhandlung »Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung« vor, die er auf dem dritten Internationalen Mathematiker-Kongress in Heidelberg präsentierte. In dieser Schrift zeigte er, dass sich die Strömung in eine dünne Reibungsschicht nahe der Wand und eine nahezu reibungsfreie Außenströmung gliedert. Diese Idee markierte den Beginn der modernen Aerodynamik und Strömungsmechanik.



Wenn man diese Entwicklung betrachtet, wird deutlich, wie Ideen über viele Jahrhunderte weitergegeben und verfeinert wurden, oft von Menschen, die sich nie begegnet sind. Wissenschaftlicher Fortschritt entsteht nicht aus dem Nichts, sondern aus dem sorgfältigen Aufzeichnen von Beobachtungen, dem Formulieren von Gedanken und dem ehrlichen Weiterdenken fremder Arbeit. Dieses Weitergeben setzt Respekt voraus: die Anerkennung, dass eine Idee, die sich als wahr erwiesen hat, nicht besessen, sondern geteilt wird. So wächst Wissen nicht durch einzelne Genies allein, sondern durch eine lange Kette von Menschen, die bereit waren zu beobachten, zu schreiben, zuzuhören und weiterzuführen.